

## Conseil canadien des examinateurs pour les arpenteurs-géomètres

### Éléments du tronc commun

## C 2: ESTIMATION DES MOINDRES CARRÉS ET ANALYSE DE DONNÉES

### Sujets du tronc commun :

La modélisation mathématique; propagation des erreurs et linéarisation; notion de compensation, compensation par la méthode des moindres carrés, propagation variance-covariance, pré-analyse de mesures de levés, distribution mère normale, normale, chi-carré, de Student (t) et F, intervalles de confiance, tests statistiques des estimations, des résidus et de variances, ellipses et ellipsoïdes d'erreur, compensation générale par la méthode des moindres carrés, cas paramétriques, conditions et cas combinés, contraintes, techniques de compensations séquentielles, application de la méthode des moindres carrés aux coordonnées planes et curvilinéaires, conception de réseau, détection des erreurs, introduction à la prédiction et au filtrage par la méthode des moindres carrés.

Les calculatrices programmables sont admises lors de cet examen; les candidats devront toutefois présenter toutes les formules utilisées, la substitution des valeurs utilisées, ainsi que toutes les valeurs intermédiaires à un degré deux fois plus poussé que celui requis pour fournir la réponse. Même si la réponse est numériquement la bonne, le maximum des points pourrait ne pas être attribué si ces informations ne sont pas fournies par le candidat.

### Pré-requis recommandés au niveau des connaissances et des compétences :

Calcul de probabilités et statistiques de base

Item C1: Mathématiques

Cours ou vaste expérience des levés topographiques (positionnement relatif horizontal et vertical, levés topographique, bonne connaissance des instruments d'arpentage utilisés couramment, leur vérification, étalonnage, procédures et enregistrement.)

### Résultats d'apprentissage :

Afin de se conformer aux exigences de cet élément du tronc commun, les candidats devraient pouvoir :

1. Mettre en pratique la théorie des matrices, statistiques et estimation :
  - manipuler l'algèbre matricielle nécessaire à l'ajustement des observations,
  - linéarisation d'un système non-linéaire,
  - mettre en pratique ses connaissances des probabilités et des statistiques, et
  - démontrer sa compréhension des principes de l'estimation des moindres carrés et de leurs propriétés.
2. Analyser les erreurs de mesure et la modélisation, effectuer la propagation aléatoire des erreurs et la pré analyse des mesures de levés :
  - démontrer sa compréhension des divers types d'erreurs et leurs caractéristiques,
  - démontrer sa compréhension des divers types de modèles et leurs caractéristiques,

- appliquer la loi de la propagation d'erreur aléatoire afin de déterminer la matrice de variance et de covariance, et
  - effectuer une pré analyse de mesures de levés.
3. Formuler des problèmes de compensation des moindres carrés (conditions, paramétriques et combinés):
    - formuler des modèles de compensation paramétriques (fonctionnels et stochastiques),
    - formuler des modèles de compensation conditionnels (fonctionnels et stochastiques), et
    - formuler des modèles de compensation combinés (fonctionnels et stochastiques).
  
  4. Calculer les dérivées de compensation à partir de cas divers et effectuer des compensations par la méthode des moindres carrés s'appliquant à des problèmes géomatiques tels la mise à niveau, le cheminement graphique, et les réseaux de triangulation et de trilatération :
    - Calculer les dérivées de compensation paramétrique,
    - Calculer les dérivées de compensation conditionnel,
    - Calculer les dérivées de compensation combiné, et
    - Les appliquer à des problèmes géomatiques tels que la mise à niveau, le cheminement graphique et les réseaux de triangulation et de trilatération.
  
  5. Évaluer la qualité des solutions de compensation (facteur de variance, matrice de variance et de covariance, ellipse d'erreur):
    - Évaluer le facteur de variance, (la variance à un facteur)
    - Calculer la matrice variance-covariance des paramètres obtenus à partir d'une compensation obtenue par la méthode des moindres carrés, et
    - Démontrer sa compréhension du concept d'ellipse d'erreur et calculer ses principaux axes et son orientation.
  
  6. Effectuer les tests statistiques sur la moyenne et la variance afin d'isoler et identifier les valeurs aberrantes associées aux observations (normale, chi-carré, distributions Student (t) et F, hypothèses statistiques, erreurs de type I et II):
    - Effectuer des tests statistiques sur les moyennes et variances afin d'isoler et identifier les valeurs aberrantes contenues dans les observations,
    - Déterminer les intervalles de confiance des paramètres ajustés,
    - Choisir les méthodes de test appropriées (normale, chi-carré, distributions Student (t) et F), et
    - Déterminer le niveau de confiance et la probabilité d'erreur de décisions statistiques (niveau de significativité, puissance du test statistique, erreurs de type I et II).

**Ouvrages essentiels :**

Mikhail, E.M. and Gracie, G. [1981]. *Analysis and Adjustment of Survey Measurements*.

Mikhail, E.M. [1976]. *Observations and Least-Squares*.

**Références supplémentaires :**

Davis, J.C. [2002]. *Statistical and Data Analysis in Geology*. 3<sup>rd</sup>, John Wiley & Sons, Toronto, ISBN 0-471-17275-8

*Une bonne initiation à l'algèbre matricielle et à l'analyse statistique de données spatiales.*

Vanicek, P. & Krakiwsky, E.J. [1986]. *Geodesy: The Concepts*. Partie III (Methodology), 2<sup>nd</sup>, North Holland, New York. ISBN 0 444 87775 4

*La Partie III illustre bien la modélisation mathématique, la formulation et la solution de problèmes d'ajustement et l'évaluation des résultats d'ajustements.*

Wolf, P. R. and Ghilani, C. D. [2006]. *Adjustment Computations: Spatial Data Analysis*. 4<sup>th</sup>, John Wiley and Sons, Toronto, ISBN 0-471-69728-1.

*Un bon manuel sur les compensations par la méthode des moindres carrés, l'analyse statistique des observations et des résultats de compensation comprenant plusieurs exemples d'applications.*