

Conseil canadien des examinateurs pour les arpenteurs-géomètres
Éléments du tronc commun
C 1: MATHÉMATIQUES

Guide d'études :

Les calculatrices programmables sont admises lors de cet examen; les candidats devront toutefois présenter toutes les formules utilisées, la substitution des valeurs utilisées, ainsi que toutes les valeurs intermédiaires à un degré deux fois plus poussé que celui requis pour fournir la réponse. Même si la réponse est numériquement la bonne, le maximum des points pourrait ne pas être attribué si ces informations ne sont pas fournies par le candidat.

1. En matière de fonctions, de continuité et de limites :

- définir et décrire les fonctions mathématiques,
- définir et illustrer la continuité d'une fonction en un point, et
- définir et évaluer les limites mathématiques.

Questions types :

- Q1.1. Qu'est-ce qu'une fonction mathématique ? Donnez des exemples.
- Q1.2. Définir la continuité d'une fonction $f(x)$ en un point $x = x_0$.
- Q1.3. Quelle est la discontinuité d'une fonction $f(x)$ en un point $x = x_0$?
- Q1.4. Définir la limite d'une fonction $f(x)$ lorsque x se rapproche de x_0 (i.e.: alors que $x \rightarrow x_0$)
- Q1.5. Distinguer les limites de gauche et les limites de droite d'une fonction $f(x)$ alors que x se rapproche de x_0 sur la droite réelle.

2. En matière de différentiation et d'applications:

- définir la dérivabilité d'une fonction en un point,
- dérivabilité de fonctions simples, et
- interpréter les dérivées d'une fonction.

Questions types :

- Q2.1. Qu'est-ce que la dérivabilité de la fonction $f(x)$ en un point $x = x_0$
- Q2.2. Distinguer entre la continuité et la dérivabilité de $f(x)$ en un point $x = x_0$.
- Q2.3. Différencier des fonctions simples par exemple: $\sin x$, $\cosh x$, e^x , $\log_e x$, $\log_{10} x$
- Q2.4. Quels sont les 2^{ème}, 3^{ème}, ... dérivées des fonctions précédentes ?
- Q2.5. Pour une fonction $f(x)$, quelle est l'interprétation de ses dérivées $f'(x)$, $f''(x)$, ...?

3. En matière d'intégration, de quadratures et d'applications :

- définir et décrire l'intégration d'une fonction,
- intégrer des fonctions simples,
- décrire les intégrales définies et indéfinies, et
- évaluer des intégrales définies numériquement.

Questions types :

- Q3.1. Quelle est l'intégrale indéfinie d'une fonction $f(x)$? Donner des exemples.
- Q3.2. Quelles sont les intégrales définies de la même fonction $f(x)$? Donner des exemples.
- Q3.3. Évaluer l'intégrale de $f(x) = \sin x$ entre $x = 0$ et $x = \pi / 2$.
- Q3.4. Donner une approximation de quadrature simple de l'intégrale précédente ?
- Q3.5. Donner une analyse d'erreur simple pour une telle quadrature ?

4. En matière de courbes planes, de tangence et de sphéricité :

- formuler la représentation de courbes planes,
- décrire la tangente d'une courbe en un point, et
- décrire la sphéricité d'une courbe en un point.

Questions types :

- Q4.1. Qu'est-ce qu'une courbe plane? Donner des exemples.
- Q4.2. Quelles sont les formes implicites et paramétriques d'un sinuséide simple ?
- Q4.3. Que sont la longueur de l'arc, la pente et la sphéricité d'un sinuséide simple ?
- Q4.4. Compte tenu de la fonction $f(x) = \sin x$, quelle est la direction de la tangente en quelque $x = x_0$?
- Q4.5. Compte tenu de la fonction $f(x) = \sin x$, quelle est sa sphéricité en quelque $x = x_0$?

5. En matière de suites, de séries et de la formule de Taylor :

- décrire les suites et les séries,
- définir la convergence des suites et des séries,
- élaborer des tests de convergence pour les suites et les séries, et
- appliquer la formule de Taylor à des fonctions simples.

Questions types :

- Q5.1. Quelle est la différence entre une suite et une série ? Donner des exemples.
- Q5.2. Quelle est la limite de $1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots$ alors que $n \rightarrow \infty$?
- Q5.3. Comment vérifier que $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n + \dots$ sont divergents ?
- Q5.4. Comment vérifier que $1 + 1/4 + 1/9 + \dots + 1/n^2 + \dots$ sont convergents ?
- Q5.5. Appliquer la formule de Taylor à une fonction $f(x) = \sin x$ en un point $x = x_0$?

6. En matière de différentiation partielle et d'opérateurs différentiels :

- définir et décrire la différentiation partielle,
- effectuer la différentiation partielle de fonctions simples, et
- définir les gradients, les opérateurs laplaciens et décrire leurs applications.

Questions types :

- Q6.1. Qu'est-ce qu'une différenciation partielle d'une fonction $f(x, y, z)$? Donner des exemples.
- Q6.2. Étant donné $f(x, y, z) = \exp(\sin(y + z))$, quels sont les dérivées partielles correspondantes ?
- Q6.3. Quelle est la dérivée totale de la $f(x, y, z)$ précédente ?
- Q6.4. Quel est $\nabla f(x, y, z)$ pour la $f(x, y, z)$ précédente ?
- Q6.5. Quel est $\Delta f(x, y, z) \equiv \nabla^2 f(x, y, z)$ pour la $f(x, y, z)$ précédente ?

7. En matière d'intégrales multiples et d'approximations mathématiques :

- définir et décrire les intégrales définies et indéfinies multiples, et
- décrire les techniques d'approximation numériques appliquées aux intégrales multiples.

Questions types :

- Q7.1. Quelles sont les intégrales multiples indéfinies et définies d'une fonction ? Donner des exemple.
- Q7.2. Quelle est l'aire de la surface $f(x, y) = \sin xy$ comprise entre $0 \leq x \leq \pi / 2$ et $0 \leq y \leq \pi / 2$?
- Q7.3. Quel est le volume sous $f(x, y) = \sin xy$ compris entre $0 \leq x \leq \pi / 2$ et $0 \leq y \leq \pi / 2$?
- Q7.4. Indiquez des méthodes d'approximation de ces intégrales par sommation ?
- Q7.5. Quelles sont les méthodes de quadrature pour des intégrales multiples? Donner des exemples simples.

8. En matière d'opérations vectorielles et de géométrie analytique :

- définir et décrire les vecteurs réels et complexes,
- évaluer les produits scalaires et vectoriels de vecteurs, et
- exprimer, en termes de vecteurs, des équations ou formules de géométrie analytique.

Questions types :

- Q8.1. Que sont les vecteurs réels et complexes ? Donner des exemples.
- Q8.2. Exprimez des vecteurs réels et complexes en coordonnées cartésiennes et polaires.
- Q8.3. Quel est le produit intérieur ou scalaire de deux vecteurs arbitraires ? Donner des exemples.
- Q8.4. Quel est le produit vectoriel de deux vecteurs arbitraires ? Donner des exemples.
- Q8.5. Quelle est la longueur d'un vecteur ? Quel est l'angle entre deux vecteurs ?

9. En matière d'équations et de solutions linéaires de premier et de second ordre :

- décrire les équations différentielles linéaires ordinaires,
- décrire les équations linéaires à différenciation partielle,

- décrire et exécuter des méthodes de solution pour des équations différentielles ordinaires simples, et
- décrire et exécuter des méthodes de solutions pour des équations différentielles partielles simples.

Questions types :

- Q9.1. Quelle est la différence entre les équations différentielles ordinaires et partielles?
 Q9.2. Quels sont les ordres des équations différentielles partielles et ordinaires ? Donner des exemples.
 Q9.3. Quelles sont les équations différentielles de $f(x) = \sin x$? $g(x) = \sinh x$? $h(x) = e^x$?
 Q9.4. Quelles sont les méthodes de solution applicables aux équations différentielles précédentes ?
 Q9.5. Résoudre les équations $\Delta U(x, y) = 0$ et $\Delta V(x, y, z) = 0$ pour x, y et z cartésiens.

10. En matière d'introduction à l'algèbre matricielle, aux équations linéaires et aux transformations :

- décrire les matrices et l'algèbre matricielle simple,
- exprimer la représentation matricielle d'équations et de solutions linéaires algébriques, et
- exprimer la représentation matricielle de transformations linéaires.

Questions types :

- Q10.1. Qu'est-ce qu'une matrice? Qu'est-ce qu'un vecteur colonne ou vecteur ligne? Donner des exemples.
 Q10.2. Étant donné deux matrices A et B : $A + B$, AB , $A^2 + B^2$, $(A + B)$ sont-ils significatifs ?
 Q10.3. Quel est le déterminant d'une matrice carrée ? Quel est l'inverse de la matrice ?
 Q10.4. Quelles sont la règle de Cramer et l'élimination de Gauss pour les systèmes algébriques linéaires ?
 Q10.5. Quel est l'algèbre matricielle des systèmes d'équations linéaires ? Donner des exemples.

11. En matière de variables complexes, d'espaces et de sous-espaces linéaires :

- définir et décrire les variables complexes,
- décrire les espaces et sous-espaces réels et complexes, et
- exprimer les projections dans des espaces réels et complexes.

Questions types :

- Q11.1. Qu'est-ce qu'un espace linéaire réel? Qu'est-ce qu'un espace linéaire complexe? Donner des exemples.
 Q11.2. Qu'est-ce que la dépendance et l'indépendance linéaire d'un ensemble de vecteurs réels ou complexes?
 Q11.3. Quelle serait une base d'un espace linéaire réel ou complexe ? Donnez des exemples simples.

Q11.4. Quelle est la dimension d'un espace linéaire réel ou complexe ? Donnez des exemples simples.

12. En matière de formes quadratiques, de matrices orthogonales et unitaires :

- définir et décrire les formes quadratiques et leurs applications, et
- définir les matrices orthogonales et unitaires et décrire leurs applications.

Questions types :

Q12.1. Qu'est-ce qu'une forme quadratique? Quelle est son utilisation ? Donnez des exemples.

Q12.2. Quelles sont les valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice carrée ?

Q12.3. Qu'est-ce qu'une décomposition en valeur singulière (DVS) pour une matrice arbitraire?

Q12.4. Que sont les matrices orthogonales: les matrices de rotation par exemple ?

Q12.5. Quelles sont les matrices unitaires: les matrice de transformation de Fourier par exemple ?

13. En matière de géométrie sphérique et trigonométrie :

- définir et décrire les triangles sphériques, et
- expliquer les méthodes utilisées pour solutionner les triangles sphériques standard ainsi que les équations requises et exécuter ces solutions.

Questions types :

Q13.1. Que sont les grands cercles et les triangles sphériques? Donner des exemples.

Q13.2. Quelle est la loi sphérique des sinus ? Donnez des exemples d'applications.

Q13.3. Quelle est la loi sphérique des cosinus? Donnez des exemples d'applications.

Q13.4. Qu'est-ce que l'excès sphérique ? Quel est l'aire d'un triangle sphérique ?

Q13.5. Que sont les rectangles et triangles sphériques quadrantaux ? Les règles de Napier ?